Toepassingen van de elasticiteit in de economie

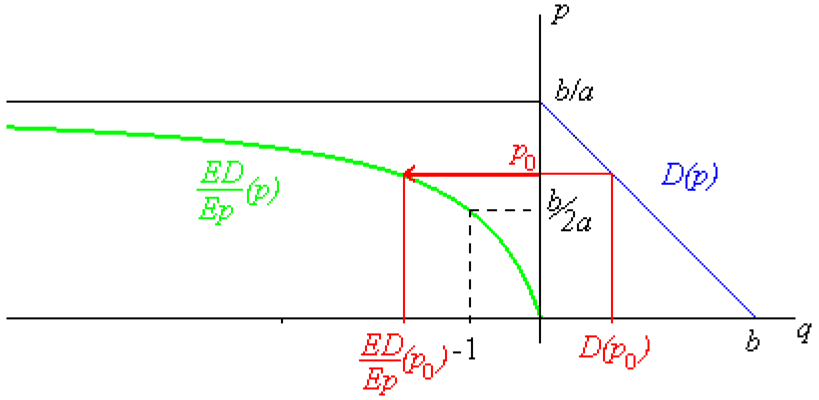
Prijselasticiteit van een **lineaire vraagfunctie**.

- Een lineaire vraagfunctie ziet er als volgt uit: $q = D(p) = -ap + b$
  Hierbij voldoen de parameters a en b aan $a, b > 0$, en geldt er in het economisch relevante gebied: $p \geq 0$ en $q = -ap + b \geq 0 \Leftrightarrow p \leq \frac{b}{a}$. Het economisch relevante prijsinterval is dus: $\left[0, {}^{b}\!/_{a}\right]$.
  De vraagfunctie is een dalende rechte met als snijpunten met de assen $(0, b)$ en $({}^{b}\!/_{a}, 0)$. Vergeet niet dat de p-as de verticale as is en de q-as de horizontale as!

- De elasticiteit berekenen we met behulp van de definitie:
  $$\boxed{\frac{ED}{Ep}(p) = p\frac{D'(p)}{D(p)} = p\frac{-a}{-ap+b} = \frac{ap}{ap-b} = \frac{p}{p-\frac{b}{a}}}$$

  We willen deze functie voorstellen op dezelfde grafiek als de vraagfunctie zelf. Hiertoe moeten we de waarden voor de elasticiteit uitzetten op de q-as.

  De grafiek ziet er als volgt uit:



- Wat zijn de **kenmerken** van deze elasticiteitsfunctie:
  - Omdat een vraagfunctie dalend is de prijselasticiteit ervan negatief: $\frac{ED}{Ep}(p) \leq 0$.

    (Dit volgt ook uit de bovenstaande uitdrukking want $0 \leq p \leq \frac{b}{a}$). De **grafiek** bevindt zich dus **links van de p-as**.
  - Als $p = 0$ is de elasticiteit ook gelijk aan 0. De **grafiek gaat** dus **door de oorsprong**.
  - Als $p = \frac{b}{a}$ dan wordt de noemer 0, d.w.z. als ***p* nadert naar** $\frac{b}{a}$ dan de **nadert de elasticiteit naar** $-\infty$. De grafiek zal hoe verder naar links steeds dichter en

dichter bij de horizontale rechte $p = \frac{b}{a}$ komen te liggen.

Merk op dat $\frac{b}{a}$ ook het snijpunt bepaalt van de vraagfunctie met de p-as!

- Voor welk prijsinterval is een lineaire vraagfunctie elastisch/inelastisch?

  - De vraagfunctie is elastisch als $\frac{ED}{Ep}(p) < -1 \Leftrightarrow \frac{p}{p - \frac{b}{a}} < -1 \Leftrightarrow p > -p + \frac{b}{a} \Leftrightarrow p > \frac{b}{2a}$. (immers $p - \frac{b}{a} < 0$)

    Het prijsinterval waarin de **vraagfunctie elastisch** is, is dus $\left]\frac{b}{2a}, \frac{b}{a}\right[$.
  - Analoog vinden we:

    Het prijsinterval waarin de **vraagfunctie inelastisch** is, is $\left[0, \frac{b}{2a}\right[$.
  - De **elasticiteit is –1** voor $p = \frac{b}{2a}$.

- Wat is de invloed van de parameters *a* en *b* op de elasticiteitsfunctie?

  Uit de uitdrukking van de elasticiteit kunnen we onmiddellijk afleiden dat de **elasticiteitsfunctie enkel bepaald is door de verhouding** $\frac{b}{a}$ of m.a.w. **door het snijpunt van de vraagrechte met de *p*-as**

  Hierdoor kunnen we 3 families van lineaire vraagfuncties onderscheiden:

  - 1e : familie rechten waarvoor $\frac{b}{a} =$ constante

    De parameters a en b zijn dus op een zelfde positieve factor *t* na bepaald.
    De verzameling vraagrechten is $D_t(p) = -atp + bt$ waarbij $t > 0$ en ze hebben **allemaal hetzelfde snijpunt met de p-as** nl. $\left(\frac{b}{a}, 0\right)$.

    Omdat $\frac{b}{a} =$ constante is de elasticiteitsfunctie voor gans deze familie rechten dezelfde.
    Dit wordt in deze animatie nog eens gedemonstreerd.

  - 2e : familie rechten waarvoor $b =$ constante

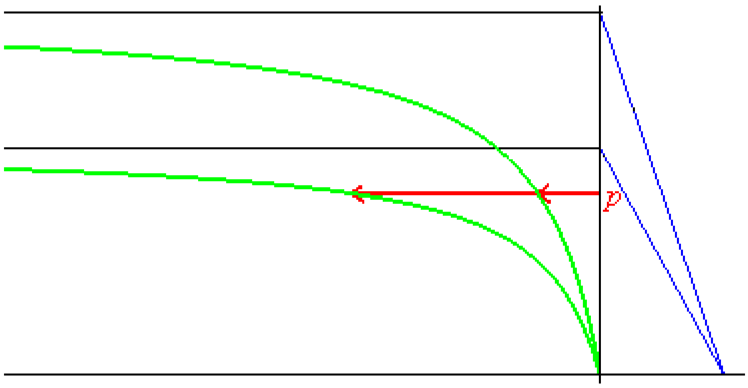
    Deze rechten hebben allemaal hetzelfde snijpunt met de q-as, nl. $(0, b)$, het snijpunt met de p-as wijzigt als de waarde voor a wijzigt dus zal ook de elasticiteit wijzigen. Maar hoe?
    Dit kan op verschillende manieren onderzocht worden:

- Door op de uitdrukking voor de elasticiteit te redeneren:

  Voor een bepaalde prijs *p* hebben we: als a toeneemt, dan neemt $\frac{b}{a}$ af dus trekken we in de noemer van *p* een kleiner getal af. Deze noemer wordt dus groter en de breuk wordt kleiner. **De elasticiteit daalt dus als *a* toeneemt**. **Ze wordt dus** meer negatief (verder van 0) dus **meer elastisch.**

- Door op de grafische kenmerken van de elasticiteitsfunctie te redeneren:

  Als a toeneemt, dan neemt $\frac{b}{a}$ af dus daalt het snijpunt van de vraagrechte met de p-as en dus zal ook de rechte waarnaar de elasticiteit nadert nl. $p = \frac{b}{a}$ dalen. De grafiek moet nog altijd door de oorsprong gaan dus moet de gewijzigde elasticiteit er als volgt uitzien(de bovenste grafieken zijn de oorspronkelijke vraag en elasticiteit):



  Voor dezelfde prijs *p* wordt de elasticiteit dus kleiner (meer negatief).
  Bekijk ook eens de volgende animatie.

- Door de afgeleide van de uitdrukking voor de elasticiteit naar de parameter *a* te berekenen.

  Als we *p* en *b* als constanten beschouwen is de elasticiteitsfunctie $\frac{ED_a}{Ep} = \frac{ap}{ap-b}$ enkel een functie van *a*. We kunnen deze dus afleiden naar *a* met de rekenregel voor afgeleide van een quotiënt.

$$\frac{d}{da}\frac{ED_a}{Ep} = \frac{d}{da}\left(\frac{ap}{ap-b}\right) = \frac{(ap-b)\frac{d}{da}(ap) - ap\frac{d}{da}(ap-b)}{(ap-b)^2} = \frac{(ap-b)p - ap(p)}{(ap-b)^2} = \frac{-bp}{(ap-b)^2}$$

  Omdat $b > 0$ is deze afgeleide negatief. De elasticiteitsfunctie is dus een dalende functie van *a*.

- 3e : familie rechten waarvoor $a =$ constante

Deze rechten hebben allemaal dezelfde rico, ze zijn m.a.w. evenwijdig. Het snijpunt met de q-as en het snijpunt met de de p-as wijzigen als de waarde voor *b* wijzigt. De

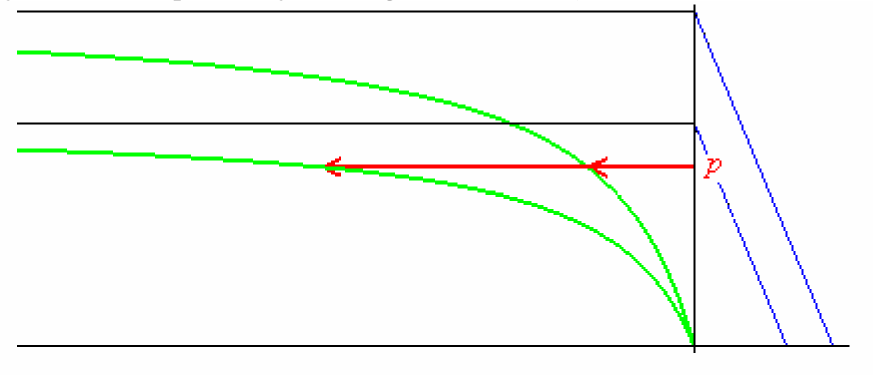
elasticiteitfunctie zal dus ook wijzigen.
Hoe de elasticiteit wijzigt leiden we opnieuw op 3 manieren af:

- Door op de uitdrukking voor de elasticiteit te redeneren:

  Voor een bepaalde prijs *p* hebben we: als *b* toeneemt, dan neemt ook $\frac{b}{a}$ toe dus trekken we in de noemer van *p* een groter getal af. Deze noemer wordt dus kleiner en de breuk wordt groter. **De elasticiteit stijgt dus als *b* toeneemt**. **Ze wordt dus** minder negatief (dichter bij 0) dus **minder elastisch.**

- Door op de grafische kenmerken van de elasticiteitsfunctie te redeneren:

  Als b toeneemt, dan neemt $\frac{b}{a}$ toe dus stijgt het snijpunt van de vraagrechte met de p-as en dus zal ook de rechte waarnaar de elasticiteit nadert nl. $p = \frac{b}{a}$ hoger liggen. De gewijzigde grafieken zullen er dus als volgt uitzien (de onderste grafieken zijn nu de oorspronkelijke vraag en elasticiteit):



  Voor dezelfde prijs *p* wordt de elasticiteit dus groter (minder negatief).
  Dit wordt zeker duidelijk bij het bekijken van de volgende animatie.

- Door de afgeleide van de uitdrukking voor de elasticiteit naar de parameter *b* te berekenen.

  Als we *p* en *a* als constanten beschouwen is de elasticiteitsfunctie $\frac{ED_b}{Ep} = \frac{ap}{ap-b}$ enkel een functie van *b*, en *b* treedt enkel op in de noemer. We kunnen deze dus afleiden naar *b* met de rekenregel voor afgeleide van $1/f$ en de kettingregel.

$$\frac{d}{db}\frac{ED_b}{Ep} = \frac{d}{db}\left(\frac{ap}{ap-b}\right) = ap\frac{d}{db}\left(\frac{1}{ap-b}\right) = ap\frac{-\frac{d}{db}(ap-b)}{(ap-b)^2} = \frac{ap}{(ap-b)^2}$$

  Omdat $a > 0$ is deze afgeleide positief. De elasticiteitsfunctie is dus een stijgende functie van *b*.