<u>Logaritmische assenstelsels</u>

- Logaritmische assenstelsels worden heel frequent gebruikt voor het voorstellen op een grafiek van positieve grootheden die heel uiteenlopende waarden kunnen aannemen gaande van heel klein (10^{-10} bvb) tot heel groot (bvb 10^{16}). Als voorbeeld kunnen we de golflengtes van licht aanhalen. Deze variëren van 1 meter (radiostraling) tot 10^{-9} meter(gammastraling). (zie bvb http://www.astronomy.nl/tour/raduitleg.html)
  Dergelijke waarden kunnen we niet voorstellen op een gewone lineaire as wegens de beperkingen van ons blad, scherm,…
  Een van de kenmerken van de logaritmische functie is dat het grote getallen sterk verkleint (bvb $\log_{10}(10^{16}) = 16$) en heel kleine positieve getallen ook omvormt naar een (negatieve) waarde die we kunnen voorstellen op een lineaire as (bvb $\log_{10}(10^{-10}) = -10$).
  Een logaritmische as is dus een as waarop we i.p.v. de echte waarde van de grootheid de log ervan gaat uitzetten. De oorsprong van deze as komt overeen met de waarde 1 van de grootheid (immers $\log_{10}(1) = 0$) en kunnen we plaatsen waar we dit zelf wensen. Dit hang af van de grootte orde van de waarden die de grootheid kan aannemen. Voor de golflengtes van licht bvb plaatsen we deze oorsprong zo ver mogelijk rechts want alle voorkomende waarden zijn ≤ 1 en dus zijn de log ervan ≤ 0.

- We moeten dit nu in een meer wiskundige taal gieten:
  Stel met *x* de echte waarden voor van de voor te stellen grootheid en met s de logaritme ervan, d.w.z. hetgeen we dan effectief op de logaritmische as voorstellen.
  Het verband tussen beide is dan duidelijk: $\boxed{s = \log_{10}(x) \text{ of } \quad x = 10^s}$. ***x*** noemt men de **logaritmische coördinaat** en ***s*** de corresponderende **lineaire coördinaat**.

- Heel dikwijls wil men via een grafiek het verband weergeven tussen 2 grootheden. Als 1 van de grootheden heel extreme waarden kan aannemen kan dit niet in een lineair (affien) assenstelsel. We maken dan gebruik van een zogenaamd **semi-logaritmisch coördinatenstelsel**. Als bvb. *y* extreme waarden aanneemt dan stellen we op de horizontale lineaire (affiene) as de grootheid *x* voor en op de verticale as zetten we $t = \log_{10}(y)$ uit i.p.v. de werkelijke waarden *y*.

  <u>Probleem</u>: Als het verband tussen *x* en *y* gegeven wordt door de functie $y = f(x)$. Wat is dan het corresponderende verband tussen *x* en *t*?

  <u>Oplossing</u>: Dit is heel eenvoudig. Gebruik de transformatieformule:
  $t = \log_{10}(y) = \log_{10}(f(x))$

  Bvb. Als *f* de exponentiele functie $y = 3 \cdot 2^x$ is, dan is corresponderende semi-logaritmische vergelijking:
  $t = \log_{10}(y) = \log_{10}(3 \cdot 2^x) = \log_{10}(3) + \log_{10}(2^x) = \log_{10}(3) + x\log_{10}(2)$.
  $t = \log_{10}(2)x + \log_{10}(3)$ is de vergelijking van een rechte.
  Een exponentiele functie wordt in een semi logaritmisch coördinatenstelsel dus voorgesteld door een rechte.

- Nemen beide voor te stellen grootheden x en y extreme waarden aan dan gebruikt men een **dubbel logaritmisch coördinatenstelsel**, waarbij we dus op de ene as $\boxed{s = \log_{10}(x)}$ voorstellen en op de andere as $\boxed{t = \log_{10}(y)}$.

  Probleem: Gegeven een functie $y = f(x)$ die het verband aangeeft tussen 2 grootheden x en y. Wat wordt deze functie in een dubbel logaritmisch assenstelsel?

  Oplossing: Hiertoe moeten we uiteraard gebruik maken van de transformatieformules $s = \log_{10}(x)$ of $x = 10^s$ en $t = \log_{10}(y)$ als volgt:

  $$t = \log_{10}(y) = \log_{10}(f(x)) = \log_{10}(f(10^s))$$

  Bvb: als f een machtfunctie is: $y = f(x) = 3x^5$ wordt dit.

  $$t = \log_{10}(y) = \log_{10}(3x^5) = \log_{10}(3) + \log_{10}(x^5) = \log_{10}(3) + 5\log_{10}(x) = 5s + \log_{10}(3)$$

  De vergelijking $t = 5s + \log_{10}(3)$ is duidelijk de vergelijking van een rechte in het (s,t) assenstelsel. Dit geldt algemeen: machtsfuncties worden in een dubbel logaritmisch coördinatenstelsel voorgesteld door rechten.

  Omgekeerd probleem: Gegeven de functie $t = g(s)$ in een dubbel logaritmisch assenstelsel. Wat is het verband tussen de werkelijke grootheden x en y?

  Oplossing: $y = 10^t = 10^{g(s)} = 10^{g(\log_{10}(x))}$

  Vb.: Stel dat het volgende lineaire verband geldig is: $t = 5s + 2$
  Dan is het verband tussen x en y : $y = 10^t = 10^{5s+2} = (10^s)^5 \cdot 100 = 100x^5$