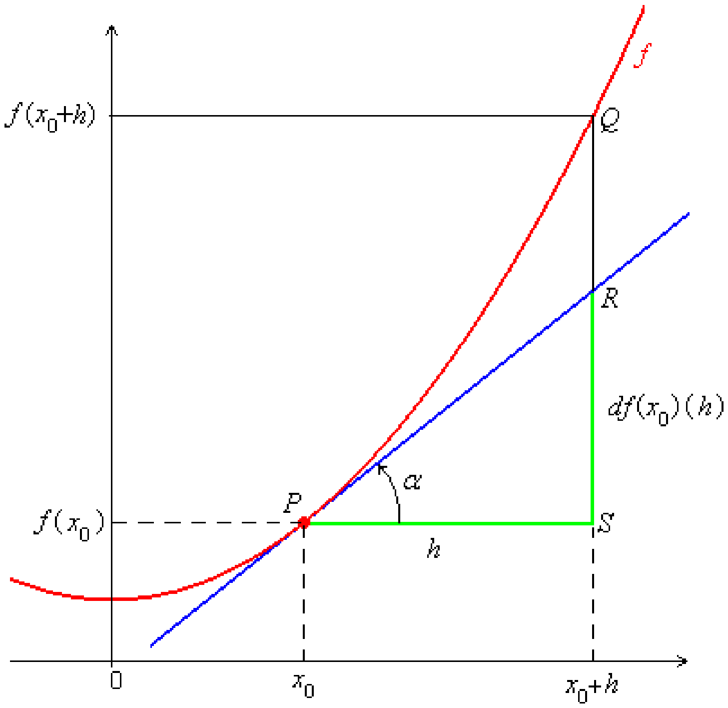
<u>Differentiaal van een functie in een punt</u>

Beschouw een functie *f* en een punt $x_0 \in def(f)$ en onderstel dat *f* afleidbaar is in x_0. Dan bestaat de raaklijn aan *f* in het punt x_0. Dit is voorgesteld op onderstaande figuur.



Geef nu aan x_0 een toename *h*. De toename die hiermee correspondeert op de raaklijn aan *f* in x_0 noemen we **de differentiaal van de functie *f* in het punt x_0 en met toename *h*,** en we noteren dit als: $df(x_0)(h)$

Op de figuur komt dit overeen met het lijnstuk SR.
Waaraan is deze nu gelijk?
In de rechthoekige driehoek PRS geldt dat: $SR = PS \cdot tg(\alpha)$ m.a.w. $df(x_0)(h) = h \cdot tg(\alpha)$
Omdat $tg(\alpha) = f'(x_0)$ = rico van de raaklijn in x_0 volgt hier dus uit:

$$\boxed{df(x_0)(h) = f'(x_0) \cdot h}$$

Beschouw nu de identiek functie $y = x$. De grafiek van deze functie is uiteraard de 1ste bissectrice. Op onderstaande figuur is de differentiaal van deze functie in een punt x_0 voor een toename *h* voorgesteld. Hieruit blijkt duidelijk dat:

$$dx(x_0)(h) = h$$

Hiermee kunnen we de uitdrukking voor de differentiaal ook schrijven als:

$$\boxed{df(x_0)(h) = f'(x_0) \cdot dx(x_0)(h)}$$

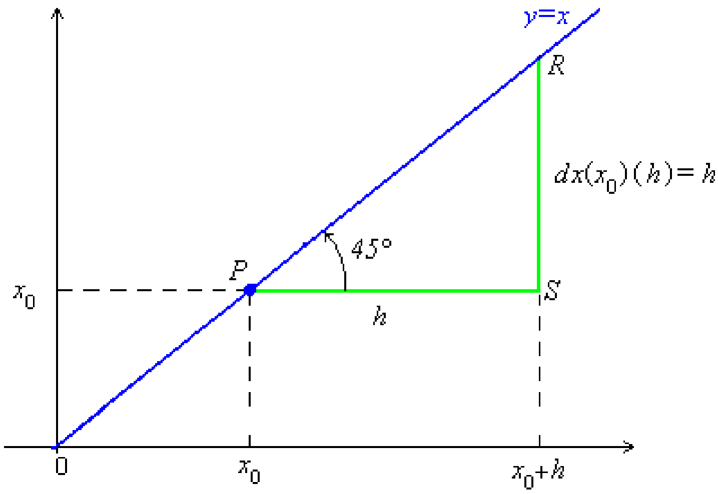
of kortweg:

$$\boxed{df(x_0) = f'(x_0) \cdot dx(x_0)}$$

waaruit ook:

$$\boxed{\frac{df}{dx}(x_0) = f'(x_0)}$$

Dit verklaart de veel gebruikte notatie voor de afgeleide $f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}$.



In de praktijk berekent men de differentiaal van een functie door de afgeleide functie te berekenen en dit te vermenigvuldigen met *dx*.

$$\boxed{df(x) = f'(x) \cdot dx}$$