HET SPINNEWEBMODEL

1. Inleiding

- Aanbodcurve : → producent, aanbieder

p = verkoopprijs van een product (per eenheid)
q = aantal te produceren eenheden van het product.

Je kan de aanbodsfunctie in 2 richtingen gebruiken:
- q = S(p) : als p de verkoopprijs is dan gaat de producent q eenheden produceren.

- p = S^{-1} (q) : als de producent q eenheden geproduceerd heeft dan kan hij als verkoopprijs p nemen.

De aanbodcurve is een stijgende curve: als de verkoopprijs stijgt wil de producent meer produceren.

- Vraagcurve : → consument

p = aankoopprijs voor de consument.
q = aantal aangekochte producten door de consumenten.

Ook de vraagfunctie wordt in 2 richtingen gebruikt:
- q = D(p) : als de aankoopprijs p bedraagt worden er q eenheden door de consumenten aangekocht.

- p = D^{-1} (q) : Als de consumenten bereid zijn om q eenheden aan te kopen wordt de aankoopprijs = p.

De vraagcurve is een dalende curve: als de prijs stijgt wil de consument minder kopen.

- Marktevenwicht :

Er is marktevenwicht als de prijs $p = p_e$ zodanig is dat er evenveel producten geproduceerd worden door de producent als dat er aangekocht worden door de consumenten. Het aantal verkochte eenheden is q_e. Dit is de ideale situatie. In de praktijk komt dit zelden voor en is de prijs p en het aantal eenheden q variabel. Een regelmatig gebruikt model voor de evolutie van p en q is het Spinnewebmodel.

2. Het Spinnewebmodel

Principes van het spinnenwebmodel:

- De veranderingen van p en q gebeuren op een regelmatig tijdstip. (vb begin van de maand, van een jaar, om de 2 weken,...). We noteren die tijdstippen als 0, 1, 2, 3, ...algemeen: n
- Het aanbod q verandert op basis van de verkoopprijs op het vorige tijdstip:

$$\mathbf{q_n = S(p_{n-1})}$$

- De nieuwe prijs ontstaat door het vraagaanbod mechanisme, d.w.z. als de producent al zijn q_n geproduceerde producten wil verkopen zal hij de verkoopprijs moeten aanpassen volgens de vraagfunctie.

$$\mathbf{p_n = D^{-1} (q_n)}$$

- Als je dit achtereenvolgens toepast bekom je dus : (zie figuur 1)

  t = 0 : $\mathbf{p_0}$

  t = 1 : teken een horizontale (rode lijn) door p0 tot aan de grafiek van de aanbodsfunctie, vanuit dit punt trek je dan een verticale tot op de q-as. Zo bekom je q_1,

  Wiskundig: $\mathbf{q_1 = S(p_0)}$

  Teken nu een verticale door q1 tot op de grafiek van de vraagfunctie, vanuit dit punt trek je een horizontale tot op de p-as. Zo bekom je p_1.

  Wiskundig: $\mathbf{p_1 = D^{-1}(q_1) = (D^{-1} \circ S)(p_0)}$

  t = 2 : Ga volledig analoog te werk. De volgorde is dus altijd: **eerst aanbodcurve en dan de vraagcurve.**

  $$\mathbf{q_2 = S(p_1) \qquad p_2 = D^{-1}(q_2) = (D^{-1} \circ S)(p_1)}$$

  ....

  t = n : $\mathbf{q_n = S(p_{n-1}) \qquad p_n = D^{-1}(q_n) = (D^{-1} \circ S)(p_{n-1})}$

  ....

- In sommige toepassingen vraagt men om terug te gaan in de tijd.

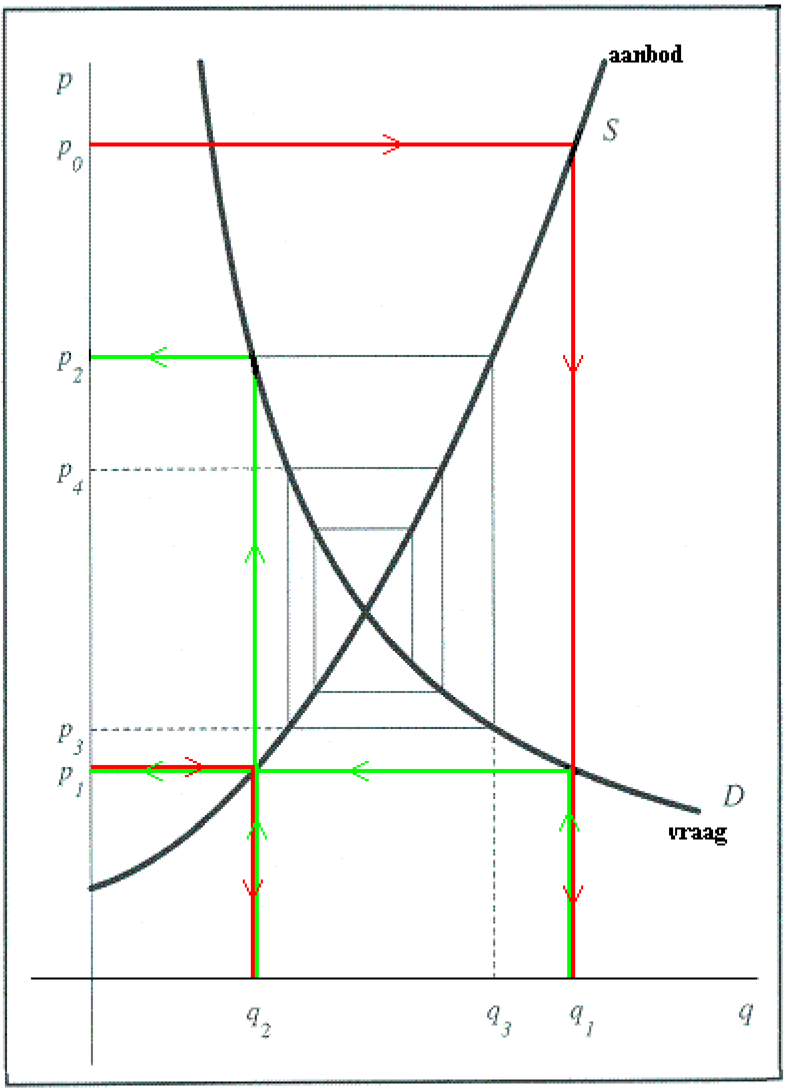
  Bvb.: gegeven de prijs p_2, bereken de startprijs p_0?

  We moeten nu het schema in omgekeerde volgorde doorlopen, d.w.z. eerst vraag dan aanbod.

  Vanuit p_2 een horizontale naar de vraagkromme, dan een verticale tot op de q-as geeft q_2: $q_2 = D(p_2)$. Vanuit q_2 een verticale tot op de aanbodcurve, dan een horizontale tot op de p-as geeft p_1 : $p_1 = S^{-1}(q_2) = S^{-1}(D(p_2))$

  Analoog vinden we dan: $q_1 = D(p_1)$ en $p_0 = S^{-1}(q_1) = S^{-1}(D(p_1))$

Figuur 1



3. Voorbeeld: Lineair model

De aanbodcurve q = S(p) en vraagcurve q = D(p) zijn rechten met als snijpunt het marktevenwichtspunt (p_e,q_e).

Aanbod : rechte door (p_e,q_e) met rico = a > 0 : $q - q_e = a(p - p_e)$. Hieruit volgt onmiddellijk:

Aanbodfunctie: $q = S(p) = a(p - p_e) + q_e$

Inverse aanbodfunctie: $p = S^{-1}(q) = \dfrac{1}{a}(q - q_e) + p_e$

Vraag : rechte door (p_e,q_e) met rico = -a', a' > 0 : $q - q_e = -a'(p - p_e)$. Dit geeft:

Vraagfunctie: $q = D(p) = -a'(p - p_e) + q_e$

Inverse vraagfunctie: $p = D^{-1}(q) = \dfrac{-1}{a'}(q - q_e) + p_e$

Het spinnenwebmodel levert :

$t=0: p_0$ (op figuur 2 is $p_0 > p_e$ gekozen)

$t=1: q_1 = S(p_0) = a(p_0 - p_e) + q_e$

$$p_1 = D^{-1}(q_1) = -\frac{1}{a'}(q_1 - q_e) + p_e = -\frac{1}{a'}(a(p_0 - p_e) + q_e - q_e) + p_e = -\frac{a}{a'}(p_0 - p_e) + p_e$$

$$t=2: q_2 = S(p_1) = a(p_1 - p_e) + q_e = a(-\frac{a}{a'}(p_0 - p_e) + p_e - p_e) + q_e = -\frac{a^2}{a'}(p_0 - p_e) + q_e$$

$$p_2 = D^{-1}(q_2) = -\frac{1}{a'}(q_2 - q_e) + p_e = -\frac{1}{a'}(-\frac{a^2}{a'}(p_0 - p_e) + q_e - q_e) + p_e = \frac{a^2}{a'^2}(p_0 - p_e) + p_e$$

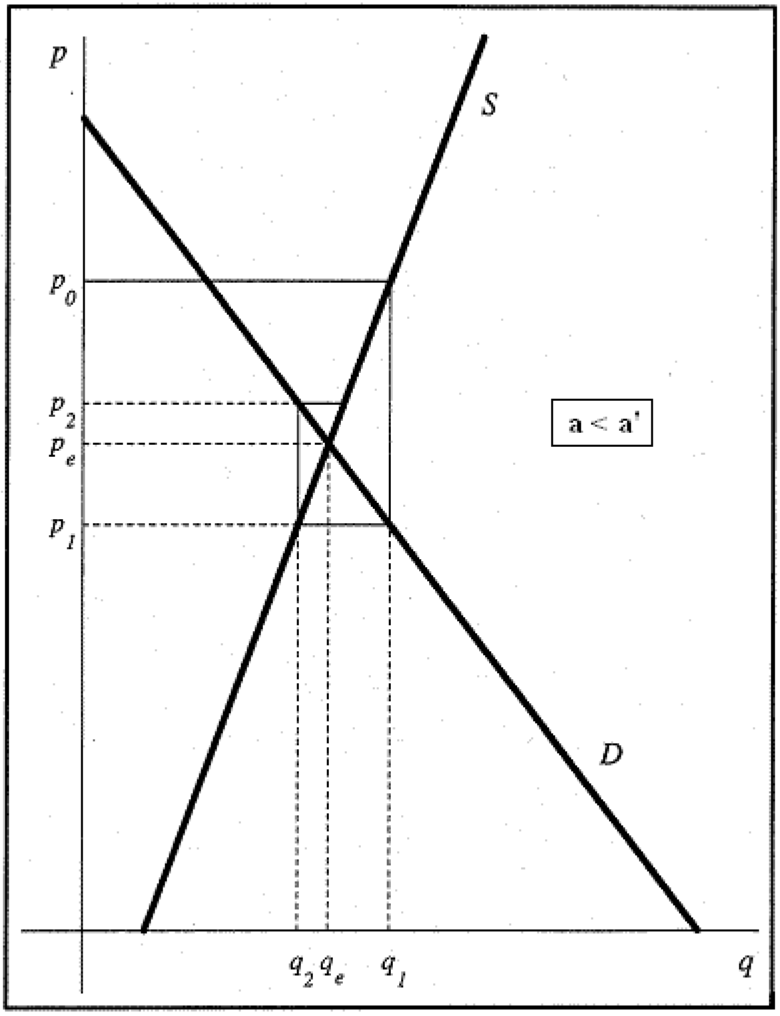
...

$t=n: q_n = S(p_{n-1}) = a(p_{n-1} - p_e) + q_e$

$$p_n = D^{-1}(q_n) = -\frac{1}{a'}(q_n - q_e) + p_e = ... = (-\frac{a}{a'})^n (p_0 - p_e) + p_e$$

…

Figuur 2:



Bespreking:

$\underline{a < a'}$: de vraagcurve is steiler dan de aanbodcurve (zie figuur 2)

dan is $\frac{a}{a'} < 1$ en dus is $(-\frac{a}{a'})^n = (-1)^n(\frac{a}{a'})^n$ een wisselrij met in absolute waarde naar 0 dalende termen. De prijs p_n zal dus steeds dichter bij het marktevenwicht komen te liggen. (in de limiet $n \to +\infty$ zelfs gelijk aan p_e). De opeenvolgende prijzen convergeren naar het marktevenwichtpunt.

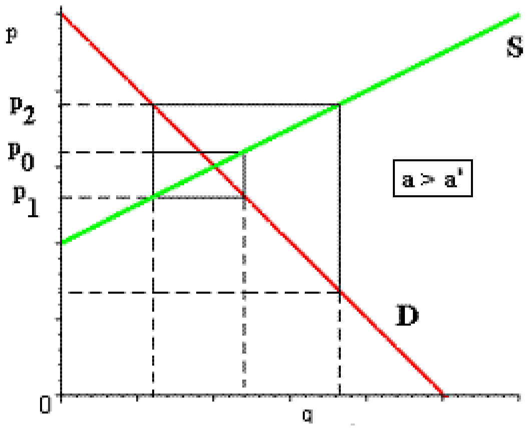
$\underline{a > a'}$: aanbodcurve is steiler dan de vraagcurve (zie figuur 3)

dan is $\frac{a}{a'} > 1$ en dus is $(-\frac{a}{a'})^n = (-1)^n(\frac{a}{a'})^n$ een wisselrij met in absolute waarde onbeperkt stijgende termen. De prijs p_n zal zich dus verder en verder van het marktevenwicht verwijderen. De prijzen divergeren.

$\underline{a = a'}$: aanbod en vraagcurve zijn even steil (zie figuur 4)

dan is $\frac{a}{a'} = 1$ en dus is $(-\frac{a}{a'})^n$ de wisselrij: –1,1,-1,1,-1,1,… . De prijs verspringt dus steeds tussen de 2 waarden: p_0 en $2p_e - p_0$

Figuur 3:



Figuur 4: