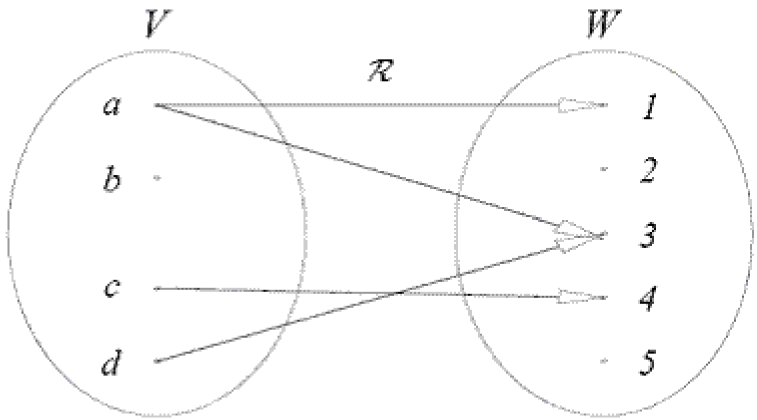
Extra toelichting bij de begrippen relatie, functie, afbeelding, surjectie, injectie, bijectie.

1. **Relatie R** van V naar W = verzameling van koppels (v,w) waarbij v in V zit en w in W
= deelverzameling van de productverzameling V x W

Een relatie kan bepaald zijn door *opsomming* van de koppels of kan voorgesteld worden door een *pijlenvoorstelling*.
Vb.:
Pijlenvoorstelling:



Opsomming: **R** = {(a,1),(a,3),(c,4),(d,3)}

Definitieverzameling of definitiegebied van een relatie van V naar W is een *deelverzameling van V*
= *def* (**R**)
= de verzameling van alle mogelijke herkomsten van de relatie
= verzameling van alle elementen van V die als eerste element in de koppels van **R** optreden.
= verzameling van alle elementen van V waar minstens 1 pijl vertrekt.

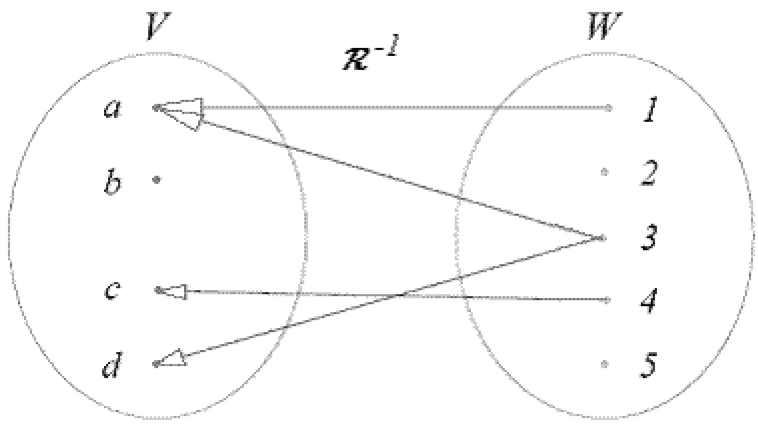
In ons voorbeeld is *def* (**R**) ={a,c,d}

Waardeverzameling of beeldverzameling van een relatie van V naar W is een *deelverzameling van W*
= *Im* (**R**)
= de verzameling van alle mogelijke bestemmingen van de relatie
= verzameling van alle elementen van W die als tweede element in de koppels van **R** optreden.
= verzameling van alle elementen van W waar minstens 1 pijl toekomt.

In ons voorbeeld is *Im* (**R**) ={1,3,4}

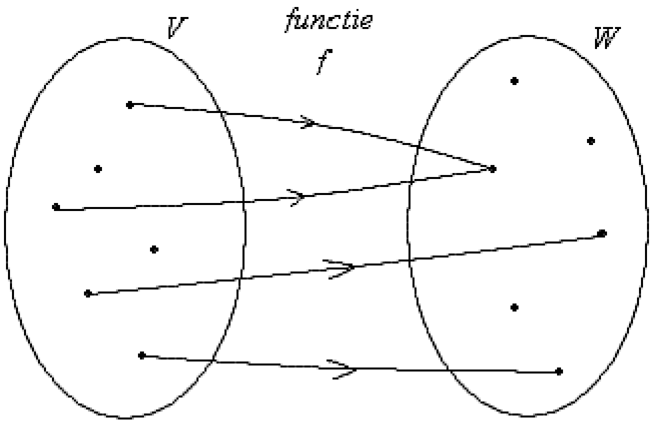
Omgekeerde relatie R^{-1} van een relatie **R** van V naar W is een relatie van W naar V, dus een deelverzameling van de productverzameling W x V.
= de relatie die ontstaat door alle koppels van **R** om te draaien.
= de relatie die ontstaat door alle pijlen van **R** om te keren.

In ons voorbeeld: $\mathbf{R}^{-1}$ = {(1,a),(3,a),(4,c),(3,d)}



2. **functie *f*** van V naar W
   = een relatie van V naar W waarbij elk element van V ten hoogste 1 bestemming heeft.
   = een relatie van V naar W waar in elk punt van V ten hoogste 1 pijl vertrekt.

Vb.: i)



ii) Als V={a,b,c,d,e,f} en W={1,2,3,4,5,6} dan is *f* = {(a,3),(c,1),(d,2),(e,3)} een functie van V naar W.

Een functie wordt heel dikwijls voorgesteld door een **functievoorschrift** in plaats van door opsomming of een pijlenvoorstelling:

$$f : V \to W : x \mapsto y = f(x)$$

(Lees dit als: de functie *f* beeldt de verzameling V af op de verzameling W waarbij het element *x* van V afgebeeld wordt op het element *y = f(x)* van W)

of kortweg:

$$y = f(x)$$

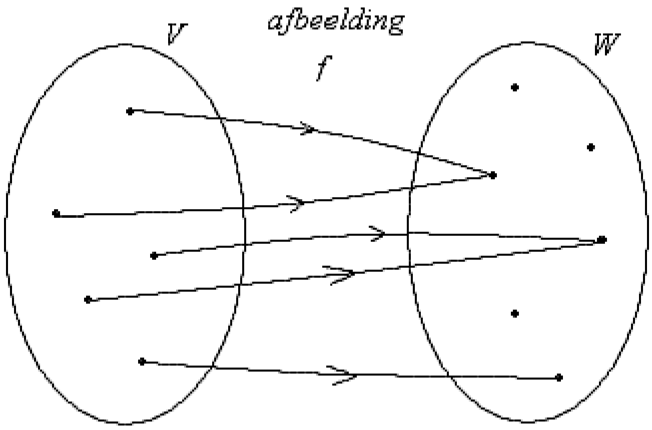
Hierbij is:

- *x* = het **argument** van de functie of de **onafhankelijk veranderlijke**
- *y* = het **beeld** van *x* door *f*
  = de **functiewaarde** van *f* in *x*
  = de **afhankelijk veranderlijke** van de functie

3. **afbeelding *f*** van V naar W
   = een <u>functie</u> van V naar W waarbij ***def(f)* = V**

= een functie van V naar W waarbij elk element van V een beeld heeft.
= een functie van V naar W waarbij in elk element van V juist 1 pijl vertrekt.

Vb.: i)

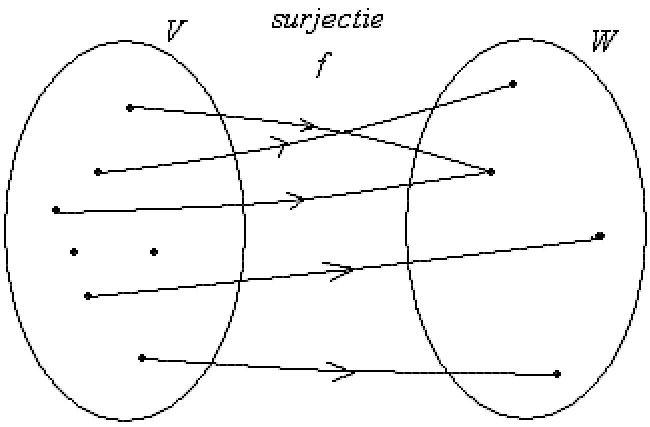


ii) Als V={a,b,c,d,e,f} en W={1,2,3,4,5,6} dan is *f* = {(a,3),(b,2),(c,1),(d,2),(e,3),(f,5)} een afbeelding van V naar W.

4. **surjectie *f*** van V **op** W

= een functie van V naar W waarbij ***Im(f)* = W**
= een functie van V naar W waarbij elk element van W het beeld is van minstens 1 element van V.
= een functie van V naar W waarbij in elk element van W minstens 1 pijl toekomt.

Vb.: i)



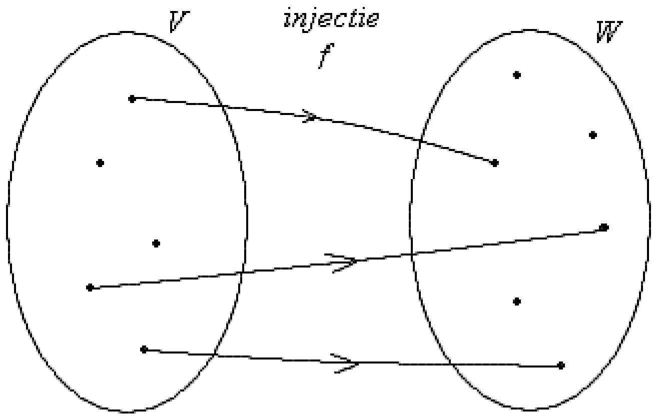
ii) Als V={a,b,c,d,e,f} en W={1,2,3,4} dan is *f* = {(a,3),(c,1),(d,2),(e,3),(f,4)} een surjectie van V op W.

afbeelding van V **op** W = **afbeelding** van V naar W **+ surjectie** van V op W.

5. **injectie *f*** van V **in** W

= een functie van V naar W waarbij de omgekeerde relatie f^{-1} ook een functie is.
= een functie van V naar W waarbij elk element van W ten hoogste 1 keer het beeld is van een element van V.
= een functie van V naar W waarbij in elk element van W ten hoogste 1 pijl toekomt.
= een functie van V naar W waarbij 2 verschillende argumenten $x_1 \neq x_2$, 2 verschillende beelden hebben: $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Vb.: i)



ii) Als V={a,b,c,d,e,f} en W={1,2,3,4,5,6} dan is *f* = {(a,3),(b,6),(c,1),(d,2)} een injectie van V in W.

6. **bijectie *f*** van V **op** W

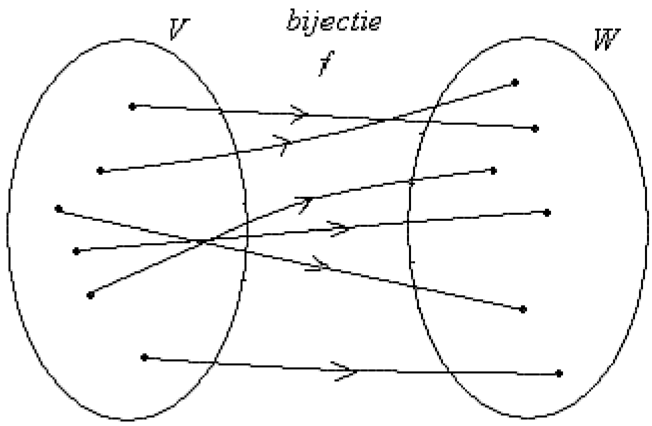
= **afbeelding** van V naar W + **surjectie** van V op W + **injectie** van V in W.

= een functie van V naar W waarbij <u>elk element van V juist 1 beeld heeft en elk element van W het beeld is van juist 1 element van V.</u>

= een <u>functie</u> van V naar W waarbij <u>in elk element van V juist 1 pijl vertrekt en in elk element van W juist 1 pijl toekomt.</u>

Merk op dat dit inhoudt dat een bijectie van V op W enkel bestaat als V en W <u>evenveel elementen</u> bevatten.

Vb.: i)



ii) Als V={a,b,c,d,e,f} en W={1,2,3,4,5,6} dan is *f* = {(a,3),(b,6),(c,1),(d,2),(e,5),(f,4)} een bijectie van V op W.

Je vindt <u>hier</u> nog een overzicht van al deze soorten functies.