

Oefening 4.8 p A.11

Ter herinnering: Om de elasticiteit van een functie in een punt te berekenen, bepalen we (meestal) eerst de elasticiteitsfunctie ervan en vullen dan het punt in.

De definitie van de elasticiteitsfunctie is: $\frac{Ef}{Ex}(x) = x \frac{f'(x)}{f(x)} = x(\ln(x))'$

Omdat de functies die hier optreden allen ingewikkelde producten en quotiënten van machtsfuncties zijn is het hier handiger om de 2^{de} vorm te gebruiken, dus gebruik maken van de logaritmische afgeleide.

$$(b) f_2(x) = \frac{(x+1)^2(x^2+5x+6)}{(x-1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Ef_2}{Ex}(x) &= x(\ln(f(x)))' \\ &= x \left(2\ln(x+1) + \ln(x^2+5x+6) - \frac{3}{2}\ln(x-1) \right)' \\ &= x \left(\frac{2}{x+1} + \frac{2x+5}{x^2+5x+6} - \frac{3}{2} \frac{1}{x-1} \right) \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$\begin{aligned} \frac{Ef_2}{Ex}(2) &= 2 \left(\frac{2}{2+1} + \frac{2 \cdot 2 + 5}{2^2 + 5 \cdot 2 + 6} - \frac{3}{2} \frac{1}{2-1} \right) \\ &= 2 \left(\frac{2}{3} + \frac{9}{20} - \frac{3}{2} \right) = 2 \frac{40 + 27 - 90}{60} = -\frac{23}{30} \end{aligned}$$

Omdat $\left| -\frac{23}{30} \right| = \frac{23}{30} < 1$ is de functie inelastisch in 2.

$$(c) f_3(x) = \frac{(x-6)^{\frac{4}{3}}(x+3)^{\frac{5}{2}}}{(x^2+3x+4)^{\frac{6}{5}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Ef_3}{Ex}(x) &= x(\ln(f(x)))' \\ &= x \left(\frac{4}{3}\ln(x-6) + \frac{5}{2}\ln(x+3) - \frac{6}{5}\ln(x^2+3x+4) \right)' \\ &= x \left(\frac{4}{3} \frac{1}{x-6} + \frac{5}{2} \frac{1}{x+3} - \frac{6}{5} \frac{2x+3}{x^2+3x+4} \right) \end{aligned}$$

Dus:

$$\frac{Ef_3}{Ex}(2) = 2 \left(\frac{4}{3} \frac{1}{3-6} + \frac{5}{2} \frac{1}{2+3} - \frac{6}{5} \frac{7}{5 \cdot 14} \right) = 2 \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \right) = 2 \frac{-10+15-18}{30} = -\frac{13}{15}$$

Omdat $\left| -\frac{13}{15} \right| = \frac{13}{15} < 1$ is de functie inelastisch in 2.