Oef 4.7 p A.11

Gegeven: $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\sin(3x)}} = \left(\sin(3x)\right)^{-\frac{1}{3}}$

Gevraagd: Druk $y'' + y$ uit in functie van y

Oplossing: We berekenen eerst y'' door y 2 maal af te leiden:

$$y' = D\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3}\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}} D(\sin(3x)) = -\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}}\cos(3x)$$

$$\begin{aligned}
y'' &= -D\left(\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}}\cos(3x)\right) \\
&= -\left[D\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}}\cdot\cos(3x) + \left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}} D\cos(3x)\right] \\
&= -\left[-\frac{4}{3}\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{7}{3}}\cos(3x)\cdot 3\cdot\cos(3x) + \left(\sin(3x)\right)^{-\frac{4}{3}}\cdot(-3\sin(3x))\right] \\
&= 4\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{7}{3}}\cos^{2}(3x) + 3\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{1}{3}}
\end{aligned}$$

Dus is:

$$\begin{aligned}
y'' + y &= 4\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{7}{3}}\cos^{2}(3x) + 4\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{1}{3}} \\
&= 4\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{7}{3}}\left[\cos^{2}(3x) + \sin^{2}(3x)\right] \\
&= 4\left(\sin(3x)\right)^{-\frac{7}{3}} \\
&= 4y^{7}
\end{aligned}$$