Oef 3 pA.3.

Gegeven: $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$, $g : x \mapsto \sqrt{x^3-12x-15}$

Gevraagd:

a) Heeft *f* een elementaire symmetrie? M.a.w. is *f* even of oneven?
even: vervang *x* door –*x* in het voorschrift van *f*. Als het voorschrift hierdoor niet wijzigt is de functie even, want dan is inderdaad $f(-x) = f(x)$
Hier : $f(-x) = \sqrt{1-(-x)^2} = \sqrt{1-x^2} = f(x)$, dus *f* is even !

b) Bepaal *fog* :
$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{1-(g(x))^2} = \sqrt{1-(\sqrt{x^3-12x-15})^2} = \sqrt{1-(x^3-12x-15)}$
En dus: $f \circ g : x \mapsto \sqrt{-x^3+12x+16}$

c) $def(f \circ g)$:
voorwaarde: $-x^3+12x+16 \geq 0$
Nulpunten van $h(x) = -x^3+12x+16$
Regel van Horner:
De delers van 16 zijn: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16$ Vul deze waarden in het voorschrift van *h* is tot je 0 bekomt. Dit is zo bij –2, idd. $h(-2) = -(-2)^3+12(-2)+16 = 0$
Dus –2 is een nulpunt en $x+2$ is een factor van $h(x)$

	-1	0	12	16
-2		2	-4	-16
	-1	2	8	0

Het quotiënt is dus: $-x^2+2x+8$
Discriminant hiervan: $D = 4-(-4)8 = 36$
Nulpunten: $x_{1,2} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{36}}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 4 \end{cases}$
De ontbinding is: $-x^2+2x+8 = -(x+2)(x-4)$ (Vergeet het –teken (= de coefficient van x^2 niet) vooraan!).
De ontbinding van $h(x)$ wordt dus: $h(x) = -(x+2)^2(x-4)$
Hiermee kunnen we het tekenverloop van $h(x)$ bepalen:

x		-2		4	
$-(x+2)^2$	-	0	-		-
$x-4$	-		-	0	+
$h(x)$	+	0	+	0	-

De voorwaarde $-x^3+12x+16 \geq 0$ is dus voldaan voor $x \in \left]-\infty, 4\right]$

Conclusie: $def(f \circ g) = \left]-\infty, 4\right]$.