De uniforme verdeling (pag. 85-86)

- Discrete verdeling.
- De kansvariabele kan k mogelijke waarden aannemen, nl.: $1, 2, \cdots, k$
- Alle waarden hebben dezelfde kans van optreden.
  De kansfunctie is:
  $p_X(1) = p_X(2) = \cdots = p_X(k) = \dfrac{1}{k}$, kortweg: $p_X(i) = \dfrac{1}{k}, i = 1, 2, \cdots, k$
- Parameter van de verdeling: k

- (Cumulatieve) verdelingsfunctie:
  Door optellen vinden we:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, x < 1 \\ \dfrac{1}{k}, 1 \leq x < 2 \\ \dfrac{2}{k}, 2 \leq x < 3 \\ \vdots \\ \dfrac{k-1}{k}, k-1 \leq x \leq k \\ 1, x \geq k \end{cases}$$

kortweg: $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \dfrac{i}{k} & i \leq x < i+1, \quad i = 1, 2, \cdots, k-1 \\ 1 & x \geq k \end{cases}$

- Kenmerken:
  - Verwachtingswaarde: $E(X) = \dfrac{k+1}{2}$

    Uitleg bij het bewijs:

    Waarom is $\sum_{i=1}^{k} i = \dfrac{k(k+1)}{2}$?

    Deze formule hebben jullie bewezen in de cursus Wiskunde IA (Hoofdstuk 1) maar kan je heel vlug zelf afleiden:
    Schrijf de som van de eerste k natuurlijk getallen onder mekaar op 2 manieren op, de eerste keer van klein naar groot de 2de keer van groot naar klein. Tel de getallen die onder mekaar staan nu term per term op…

$$\begin{array}{l} s = 1 + 2 + \cdots + (k-1) + k \\ \underline{s = k + (k-1) + \cdots + 2 + 1} \\ 2s = \underbrace{(k+1) + (k+1) + \cdots + (k+1) + (k+1)}_{k \text{ termen}} \\ \quad = k(k+1) \end{array}$$

En dus: $s = \dfrac{k(k+1)}{2}$

- Variantie: $Var(X) = \frac{k^2 - 1}{12}$

  Uitleg bij het bewijs:

  Waarom is $\sum_{i=1}^{k} i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$?

  Deze eigenschap hebben jullie gezien als oefening in de cursus Wiskunde IA (Hoofdstuk I). Er is echter geen eenvoudige manier om deze af te leiden. Jullie moeten deze eigenschap niet uit het hoofd kennen.

- Voorbeeld:
  - Het aantal ogen gegooid met een onvervalste dobbelsteen, $k = 6$
  - Het resultaat van de 1ste bal bij de lottotrekking, $k = 42$

- Veralgemening:
  - De veranderlijke kan k verschillende waarden aannemen: $x_1, x_2, \cdots, x_k$
  - Die allen met dezelfde kans optreden: $p_X(x_1) = p_X(x_2) = \cdots = p_X(x_k) = \frac{1}{k}$