Geometrische verdeling (pag. 96-98)

- De kansveranderlijke is het aantal onafhankelijke Bernouilli experimenten die nodig zijn om de eerste keer succes te hebben.

- Parameter: p

- Mogelijke waarden: 1,2,3,… (alle strikt positieve natuurlijke getallen)

- Kansfunctie: $p_X(k) = P(X = k) = (1-p)^{k-1} p$ voor elke $k \epsilon \mathbb{N}^*$

  In de laatste stap van het bewijs dat dit een kansverdeling is herken je, nadat je k-1=n stelt, de meetkundige reeks (zie wiskunde I(B) p 141). Vandaar de benaming van deze verdeling.

- Cumulatieve verdelingsfunctie: $F_X(n) = P(X \leq n) = 1 - (1-p)^n$

  Bij de laatste som in de afleiding stel je terug k-1=m, en dan kan je formule voor de partieel som van de meetkundige reeks gebruiken (zie wiskunde I(B) p 141)

- Notatie: $X \sim Geom(p)$

- Kenmerken:

  - Verwachtingswaarde: $E(X) = \dfrac{1}{p}$

  - Variantie: $Var(X) = \dfrac{1-p}{p^2}$

- Eigenschap 6.13. : de geometrische verdeling is geheugenloos

  Interpretatie: De voorwaardelijke kans dat je meer dan k+n experimenten moet doen vooraleer je een eerste keer succes hebt wetende dat je reeds meer dan k experimenten zonder succes gedaan hebt is net hetzelfde als de kans dat je meer dan n experimenten moet doen om een eerste succes te hebben.

  Bij het bewijs gebruiken we de uitdrukking voor de overschrijdingskans die uit de cumulatieve verdelingsfunctie kan afgeleid worden via complement:

  $$P(X > n) = 1 - P(X \leq n) = 1 - (1 - (1-p)^n) = (1-p)^n$$

  of als volgt:

  $$P(X > n) = P(\text{de } 1^e \ n \text{ experimenten zijn mislukkingen}) = (1-p)^n$$

- Voorbeelden
  - Het aantal worpen nodig om de eerste keer kop te gooien, $p = 0.5$.
  - Het aantal worpen nodig om met een dobbelsteen een 1 te gooien, $p = \frac{1}{6}$.