

## Onderscheid tussen discrete en continue variabelen

<b>Discrete veranderlijken / verdelingen</b>	<b>Continue veranderlijken / verdelingen</b>
<p>Mogelijke waarden: <math>m_1, m_2, \dots, m_k</math> (een eindig of aftelbaar aantal, geordend van klein naar groot)</p>	<p>Mogelijke waarden: alle reële getallen</p>
<p><b>Kansverdeling</b> (of kansfunctie): <math>p_X</math> Geeft voor elke mogelijke waarde van de veranderlijke de kans aan dat deze waarde optreedt: <math display="block">p_X(m_i) = P(X = m_i), i = 1, 2, \dots, k</math> Voor alle andere waarden is de kans gelijk aan 0: <math>p_X(x) = 0</math> als <math>x</math> geen mogelijke waarde is. Een kansverdeling moet aan de volgende eisen voldoen:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Eisen: <math display="block">\sum_{\text{alle } m_i} p_X(m_i) = \sum_{i=1}^k p_X(m_i) = 1</math></p> </div> <p>De laatste eis drukt uit dat de veranderlijke <math>X</math> steeds 1 (en slechts 1) van de waarden <math>m_1, m_2, \dots, m_k</math> aanneemt.</p>	<p><b>Kansdichtheid:</b> <math>f_X</math> Dit is de functie zodat voor elke deelverzameling <math>B</math> van <math>\mathbb{R}</math>, de kans dat <math>x</math> in <math>B</math> ligt gegeven is door de oppervlakte onder de grafiek van <math>f_X(x)</math> boven <math>B</math>:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">P(X \in B) = \int_{x \in B} f_X(x) dx</math> </div> <p>Een kansdichtheid moet aan de volgende eisen voldoen:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Eisen: <math display="block">f_X(x) \geq 0</math> <math display="block">P(-\infty &lt; x &lt; +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1</math></p> </div> <p>De laatste eis drukt uit dat de kans dat de veranderlijke een reëel getal als waarde aanneemt gelijk is aan 1.</p> <p><u>Gevolg:</u></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">P(X = x) = 0</math> </div> <p>De kans dat een continue veranderlijke exact gelijk is aan een bepaalde waarde is steeds 0!!</p> <p style="text-align: center;"><math>P(X &lt; x) = P(X \leq x), P(X &gt; x) = P(X \geq x)</math></p> <p>(Er is voor continue veranderlijken geen onderscheid tussen <math>&lt;</math> en <math>\leq</math>, <math>&gt;</math> en <math>\geq</math>)</p>
<p><b>(Cumulatieve) verdelingsfunctie:</b> Voor elk reëel getal <math>x</math> geldt:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{\text{alle } m_i \leq x} p_X(m_i)</math> </div> <p>Je vindt de verdelingsfunctie dus door voor elk reëel getal <math>x</math> de kansverdeling te sommeren over alle mogelijke waarden die niet groter zijn dan <math>x</math>.</p> <p><u>Eigenschappen:</u> <math>F_X</math> is een stijgende trapfunctie die begint bij 0, bij elke mogelijke waarde <math>m_i</math> een sprong maakt gelijk aan de kans in die waarde, en die eindigt bij 1.</p> <p><u>Gevolgen:</u> <math>P(X &gt; x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - F_X(x)</math> <math>P(x_1 &lt; x \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1)</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">= \sum_{\substack{\text{alle } m_i \text{ die} \\ \text{voldoen aan} \\ x_1 &lt; m_i \leq x_2}} p_X(m_i)</math> </div>	<p><b>Cumulatieve verdelingsfunctie:</b> Voor elk reëel getal <math>x</math> geldt:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt</math> </div> <p>Je vindt de verdelingsfunctie dus door voor elk reëel getal <math>x</math> de kansdichtheid te integreren over alle mogelijke waarden die niet groter zijn dan <math>x</math>.</p> <p><u>Eigenschappen:</u> <math>F_X</math> is een functie die begint bij 0, strikt stijgend en continu is en die eindigt bij 1.</p> <p><u>Omgekeerd verband:</u> <math>f_X(x) = F_X'(x)</math></p> <p><u>Gevolgen:</u> <math>P(X &gt; x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - F_X(x)</math> <math>P(x_1 &lt; x \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1)</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">= \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx</math> </div>