

## Oplossing oefening 132

Gegeven:

De levensduur  $L$  van een oliedrukmeter heeft een normale verdeling met verwachtingswaarde 3.5 jaar en standaardafwijking 0.85 jaar.

Dus:  $L \sim N(3.5, 0.85^2)$

Als  $L \leq 1$  wordt de meter gratis vervangen bij defect.

Als  $1 < L \leq 3$  wordt de meter vervangen tegen halve prijs bij defect.

Als  $L > 3$  wordt de meter vervangen tegen volle prijs bij defect.

De verkoopprijs is 500 Euro, waarvan 300 Euro productiekosten, dus de fabrikant wint 200 Euro bij verkoop van een nieuw toestel.

Gevraagd:

(a) De kans op defect binnen het jaar:  $P(L \leq 1)$

$$\text{RM: } P(L \leq 1) = \text{normalcdf}(-10000, 1, 3.5, 0.85) = 0.001635$$

(b) De kans op defect binnen 3 jaar maar meer dan 1 jaar:  $P(1 < L \leq 3)$

$$\text{RM: } P(1 < L \leq 3) = \text{normalcdf}(1, 3, 3.5, 0.85) = 0.276552$$

(c) Bereken de verwachte winst op 1000 verkochte meters.

Met een verkochte meter kunnen 3 dingen gebeuren. Ofwel is hij defect binnen het jaar, en dan moet de fabrikant gratis een nieuwe plaatsen dwz zijn winst is dan: 200 (winst op het toestel) – 300 (de productiekost voor het nieuwe toestel), dus -100, ofwel is hij defect tussen het 1<sup>ste</sup> en 3<sup>de</sup> jaar, dan wordt een nieuw toestel geplaatst aan de helft van de verkoopprijs. De winst is dan: 200 + 250 (de helft van de verkoopprijs voor het nieuwe toestel) – 300 (productiekost nieuwe toestel), dus: 150. 3<sup>de</sup> mogelijkheid is dat het toestel niet defect geraakt binnen 3 jaar en dan is de winst 200 Euro.

De winst is dus een discrete stochastische veranderlijke, die 3 waarden kan aannemen, nl -100, 150 en 200 met respectievelijke kans van optreden (zie (a) en (b)) 0.001635, 0.276552 en  $1 - 0.001635 - 0.276552 = 0.721813$ .

De winst  $W$  op 1 toestel is dus:

$$W = \begin{cases} -100, & P(-100) = 0.001635 \\ 150, & P(150) = 0.276552 \\ 200, & P(200) = 0.721813 \end{cases}$$

De verwachtingswaarde van de winst voor 1 toestel is dus:

$$E[W] = -100 \times 0.001635 + 150 \times 0.276552 + 200 \times 0.721813 = 185.6819$$

en dus voor 1000 toestellen: 185682 Euro.

Alternatieve oplossing:

Je kan de winst ook beschouwen als functie van de levensduur  $L$ :

$$W(l) = \begin{cases} -100, & 0 < l \leq 1 \\ 150, & 1 < l \leq 3 \\ 200, & l > 3 \end{cases}$$

En dan is het een continue stochastische veranderlijke, zodat ( $f_L$  is de kansdichtheid van de levensduur L):

$$\begin{aligned} E(W(l)) &= \int_0^{+\infty} W(l) f_L(l) dl \\ &= \int_0^1 (-100) f_L(l) dl + \int_1^3 150 f_L(l) dl + \int_3^{+\infty} 200 f_L(l) dl \\ &= -100 \int_0^1 f_L(l) dl + 150 \int_1^3 f_L(l) dl + 200 \int_3^{+\infty} f_L(l) dl \\ &= -100P(L \leq 1) + 150P(1 < L \leq 3) + 200P(L > 3) \\ &= -100 \cdot 0.0016 + 150 \cdot 0.2766 + 200 \cdot 0.7218 \\ &= 185.69 \end{aligned}$$