Oplossing oefening 125

Gegeven: T = levensduur van een systeem is exponentieel verdeeld met $E(T) = 1000$ u.

Hieruit volgt onmiddellijk: $\frac{1}{\lambda} = 1000$ dus $\lambda = \frac{1}{1000} = 0.001$

Gevraagd:

(a) Bepaal de kwantielen?

- $Q_T(0.25)$ is de waarde *t* zodat: $F_T(t) = P(T \le t) = 0.25$
  uitwerking geeft:
  $$1 - e^{-\frac{t}{1000}} = 0.25 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{1000}} = 0.75$$
  $$\Leftrightarrow -\frac{t}{1000} = \ln(0.75) \Leftrightarrow t = -1000 \cdot \ln(0.75) = 287.682$$
  Dus: $Q_T(0.25) = 287.682$ u.
- $Q_T(0.50)$ is de mediaan, het is de waarde *t* zodat: $F_T(t) = P(T \le t) = 0.50$
  uitwerking geeft:
  $$1 - e^{-\frac{t}{1000}} = 0.50 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{1000}} = 0.50 \Leftrightarrow t = -1000 \cdot \ln(0.50) = 693.147$$
  Dus: $Q_T(0.50) = 693.147$ u.
- $Q_T(0.75)$ is de waarde *t* zodat: $F_T(t) = P(T \le t) = 0.75$
  uitwerking geeft:
  $$1 - e^{-\frac{t}{1000}} = 0.75 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{1000}} = 0.25 \Leftrightarrow t = -1000 \cdot \ln(0.25) = 1386.294$$
  Dus: $Q_T(0.75) = 1386.294$ u.

(b) Bereken:

$$\frac{Q_T(0.75) - Q_T(0.25)}{st.afw[T]} = \frac{1386.294 - 287.682}{1000} = 1.0986$$

De interkwartielafstand komt dus ongeveer overeen met de standaardafwijking.
Deze verhouding hangt trouwens niet af van de parameter λ, ze is steeds gelijk aan
$\ln(0.75) - \ln(0.25) = \ln(\frac{0.75}{0.25}) = \ln(3) = 1.0986$ voor een exponentieel verdeelde veranderlijke (probeer dit maar eens zelf te bewijzen)

(c) De kans dat het systeem langer dan 60 dagen in werking blijft:
60 dagen = $60 \cdot 24 = 1440$ u

$$P(T > 1440) = 1 - P(T \le 1440) = 1 - (1 - e^{-\frac{1440}{1000}}) = e^{-1.440} = 0.236928$$