Oplossing oefening 124

Gegeven: T = tijd tussen 2 overstromingen is exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde 2 jaar.

Dus : $\mathrm{E[T]} = 2 = \dfrac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1/2 = 0.5$

Gevraagd + oplossing:

(a) De kans dat er minstens 5 jaar is tussen 2 overstromingen maw de kans dat T minstens gelijk is aan 5:
$P(T \geq 5) = 1 - P(T < 5) = 1 - P(T \leq 5) = 1 - F_T(5) = 1 - (1 - e^{-0.5 \cdot 5}) = e^{-2.5} = 0.08208$

(b) De kans dat het gebied hoogstens 5 keer gedurende de volgende 20 jaar onder water zal staan.
Noem X = # keer onder water per jaar, dan is deze veranderlijke een discrete verdeling. Uit het verband tussen de exponentiele verdeling en de Poissonverdeling (Eig. 7.3) volgt dat X Poisson verdeeld met dezelfde parameter als T.
Dus: X ~ Poisson(λ = 0.5)

In de vraagstelling gaat het nu over het aantal overstromingen gedurende de volgende 20 jaar dus moeten we de volgende veranderlijke invoeren:
Y = # keer onder water gedurende 20 jaar
Een eigenschap van de Poissonverdeling is dat als de tijdseenheid verandert we de parameter van de verdeling in evenredigheid moeten aanpassen.
Dus: Y ~ Poisson ($\lambda = 20 \cdot 0.5 = 10$)

Gevraagd is dan: $P(Y \leq 5) =$ poissoncdf(10,5) = 0.067086