

Oplossing oefening 118

Gegeven: T is exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde $E(T) = \frac{5}{2}$.

Met behulp van de algemene formule voor de verwachtingswaarde van een exponentieel verdeelde veranderlijke (7.7) kunnen we hieruit de parameter van de verdeling bepalen:

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} = \frac{5}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{5}$$

Gevraagd:

(a) De cumulatieve verdelingsfunctie:

Toepassen van (7.6) geeft:

$$F_T(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{2}{5}t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$(b) P(T \leq 3) \stackrel{\text{definitie}}{=} F_T(3) = 1 - e^{-\frac{2}{5} \cdot 3} = 1 - e^{-\frac{6}{5}} = 0.6988$$

$$P(T > 4) = 1 - P(T \leq 4) \stackrel{\text{definitie}}{=} 1 - F_T(4) = 1 - (1 - e^{-\frac{2}{5} \cdot 4}) = e^{-\frac{8}{5}} = 0.2018965$$

$$\begin{aligned} P(3 < T \leq 4) &= P(T \leq 4) - P(T \leq 3) \stackrel{\text{definitie}}{=} F_T(4) - F_T(3) \\ &= (1 - e^{-\frac{2}{5} \cdot 4}) - (1 - e^{-\frac{2}{5} \cdot 3}) = e^{-\frac{6}{5}} - e^{-\frac{8}{5}} = 0.0992977 \end{aligned}$$

(c) Formule (7.8) :

$$Var(T) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{25}{4} = 6.25$$