Oplossing oefening 87

Gegeven: de levensduur T is exponentieel verdeeld met gemiddelde 500u.

Uit $E(T) = \frac{1}{\lambda} = 500$ u volgt: $\lambda = \frac{1}{500} = 0.002$

Er zijn 20 lampen met respectievelijke levensduur $t_i, i = 1, 2, ..., n$, met dus telkens

$t_i \sim exp(\lambda = \frac{1}{500}), i = 1, 2, ..., n$

De som van de levensduren van deze 20 lampen is: $S = t_1 + t_2 + \cdots + t_{20} = \sum_{i=1}^{20} t_i$

Gevraagd: bepaal benaderd de kans dat deze som groter is dan 1 jaar = $365 \cdot 24 = 8760$ u.
Dus: $P(S > 8760)$

Om deze kans te kunnen berekenen moeten we de verdeling van S kennen. Exact kunnen we deze niet bepalen (de som van exponentiele verdelingen is bvb niet exponentieel) maar via de centrale limietstelling (H7, stelling 7.14. p 108) kunnen we wel een benadering vinden.
S is benaderd normaal verdeeld met parameters $\mu = 20 \cdot E(T) = 20 \cdot 500 = 10000$ u en

$\sigma^2 = 20 \cdot Var(T) = 20 \cdot \frac{1}{\lambda^2} = 20 \cdot 500^2 = 5000000$.

Dus: $S \sim N(10000, \sqrt{5000000})$

Hiermee is de gevraagde kans:

$P(S > 8760) = normalcdf(8760, 10 \wedge 30, 10000, \sqrt{5000000}) = 0.7104$